

Title	線状可遷作用子ニ関スル展開問題（Ⅱ）
Author(s)	北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 66 p.21-p.25
Issue Date	1935-11-15
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74192">https://doi.org/10.18910/74192</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 270. 線状可遷作用子=関スル展開問題(II)

北川 敏 男 (阪大)

3. 屢々、述べタ如ク、吾々ノ目標ハ、*Fourier* 級数論ノ拡張ニ在ツタ。ソコニ知ラレテキル形式的演算ヲ、吾々ノ場合ニ拡張スル意圖ノモトニ、先ヅ同ジ *linear transl. Operator* = 関シテ展開サレタニツノ級数ノ積ニツイテ考ヘル。

此処ヲハ、ソレヲノ級数がモトノ函数ニ、考ヘル區間デ一樣ニ、収斂スルトイフコトヲ假定シテ、次ノ如キ關係式ノ成立スルコトヲ導ゲテ置ク。(収斂條件ヲ精密ニスルコトハ殘サレタ問題トシテ)。

$$(1) \quad f(x) \sim \sum_k a_k e^{\lambda_k x} \dots\dots\dots (1)$$

$$g(x) \sim \sum_k b_k e^{\lambda_k x} \dots\dots\dots (2)$$

但シ  $\{\lambda_k\}$  ハ、母函数  $G(\lambda) \equiv \int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t)$  , スベテノ根カラナル集合。各  $\lambda_k$  ハ單根、從ツテ  $G'(\lambda_k) \neq 0$  トスル。

然ルトキ

$$\int_{a-0}^{b+0} \left\{ \int_0^t f(\eta) g(t-\eta) d\eta \right\} d\varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k b_k G'(\lambda_k) \dots (3)$$

(2) 特 =,  $f(x)$  7 Linear transl. functional eq  
ノ解 = 採レバ,

$$\begin{aligned} \int_{a-0}^{b+0} \left\{ \int_0^t f(x+\eta) g(y+t-\eta) d\eta \right\} d\varphi(t) \\ = \sum_{k=0}^{\infty} a_k b_k G'(\lambda_k) e^{\lambda_k(y+x)} \dots (4) \end{aligned}$$

(3) 簡明ナ形式ヲ導ンデ, 特 =  $G'(\lambda_k) \neq 0$  ノ場合ヲ

(1)-(2) デ述べヌガ一般ニハ,

$$\begin{aligned} \int_{a-0}^{b+0} \left\{ \int_0^t f(\eta) g(t-\eta) d\eta \right\} d\varphi(t) \\ = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \sum_{\nu=0}^{p_k-1} b_{k,\nu} \nu! \sum_{\delta=p_k-\nu-1}^{p_k-1} a_{k,\delta} \frac{\delta!}{(\delta+\nu+1)!} G^{(\delta+\nu+1)}(\lambda_k) \right\} \dots (5) \end{aligned}$$

但シ  $f(x) \sim \sum_{k=0}^{\infty} \left( \sum_{\nu=0}^{p_k-1} a_{k,\nu} x^{\nu} \right) e^{\lambda_k x} \dots (6)$

$$g(x) \sim \sum_{k=0}^{\infty} \left( \sum_{\nu=0}^{p_k-1} b_{k,\nu} x^{\nu} \right) e^{\lambda_k x} \dots (7)$$

4. Exponential function, family  $\{e^{\lambda_n x}\}$   
= 関スル closure ノ問題 = ツイテハ, 案外. 文献 = 乏シイ。  
但シ.  $\lambda_n$  が純虚数ナルトキ Wiener-paley, 精細ナ結  
果ガアル。

次キ=, 吾々ハ持=

$$\int_{a=0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t) = [B] e^{\lambda b} - [A] e^{\lambda a} \text{-----} (8)$$

トシテ、書き表ハサレウルトキ、Dirichlet 積分ヲ導入シテ Fourier 級数ト事情ノ異ナラナイコトヲ見タカラ、closure ノ問題モ、ソコデハ解ケタ。然シ上ノ如キ母函数ノ behaviour ハ、極メテ Fourier ノ場合ニ似カヨツテキテ、Wiener-Paley: Fourier transform p. 113 定理 XXXVIII ト如何ナル関係ニアルカガ可成リ興味ガアル。

定理: 母函数  $G(\lambda)$  が (8) ナル Asymptotic behaviour ヲモツトキ  $\{e^{\lambda_n x}\}$  ハ、 $(a, b)$  テ closed- $L_2$  デアル。而シテ、closed normal biorthogonal set  $\{h_n(x)\}$  テモツ。

尚、Wiener-Paley. p. 113 (30, 45), (30, 46), (30, 47) ニ相當シタ事實ガマテハマル。

[注意]: Wiener-Paley ノ結果ニ比較スルト吾々ノ  $\{\lambda_n\}$  ガ必ズシモ純虚数ノ集合デナイ点ガ異ル。

5. 前節ノ biorthogonal function ノ形ヲ Laplace-integral ノ形デ表ハシテ置クノガ本節ノ目的デアル。簡單ノ為メ  $G(\lambda)$  ハ單根シカ有シナイトシテ進ム。

$$\text{今 } A(\lambda, u) = \begin{cases} e^{-\lambda u} \int_{a=0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t) & a \leq u \leq b \\ 0 & u > b \text{ or } u < a \end{cases}$$

$$f(z, \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{zu} dA(\lambda, u)$$

ト置ク。  $\lambda \neq Q(\lambda)$  ノーツノ根 = トルト, 簡單ナ計算ノ結果

$$f(z, \lambda) = \frac{z}{\lambda - z} Q(z)$$

Laplace-integral ノ理論カラ

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-iT}^{iT} \frac{f(z, \lambda)}{z} e^{uz} dz \\ &= \frac{1}{2\pi i} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-iT}^{iT} \frac{Q(z)}{\lambda - z} e^{uz} dz \\ &= \frac{1}{2} \{A(u+0, \lambda) + A(u-0, \lambda)\} \end{aligned}$$

從ツテ吾々ノ展開ハ

$$\begin{aligned} f(x) &\sim \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{\lambda_k x}}{Q'(\lambda_k)} \int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda_k t} \left( \int_0^t f(\eta) e^{-\lambda_k \eta} d\eta \right) d\varphi(t) \\ &\equiv \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{\lambda_k x}}{Q'(\lambda_k)} \int_a^b f(\eta) e^{-\lambda_k \eta} \left( \int_{\eta-0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t) \right) d\eta \\ &\equiv \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{\lambda_k x}}{Q'(\lambda_k)} \int_a^b f(\eta) A(\eta, \lambda_k) d\eta \end{aligned}$$

$$\text{故ニ } h_k(\eta) = \frac{1}{2\pi i Q'(\lambda_k)} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-iT}^{iT} \frac{Q(z)}{\lambda_k - z} e^{uz} dz$$

前号 255 ノ正誤

北川敏男

コレハ, 印刷ノ組違ヒカラ, 御迷惑ヲ掛ケマシタ。2節ハ,

18頁上カラ7行目マデデ了リマス。ソコノ8行目カラ、19  
頁ノ中央“依ッテ  $F(x) = ax^2$ ”マデガ一番アト=廻ル譯  
デス。